Wykład 9

5 XII 2022

POWINOWACTWO (OSIOWE)

Przekształcenie na płaszczyźnie, zachowujące

- przynależność punktów do prostych,
- współliniowość punktów,

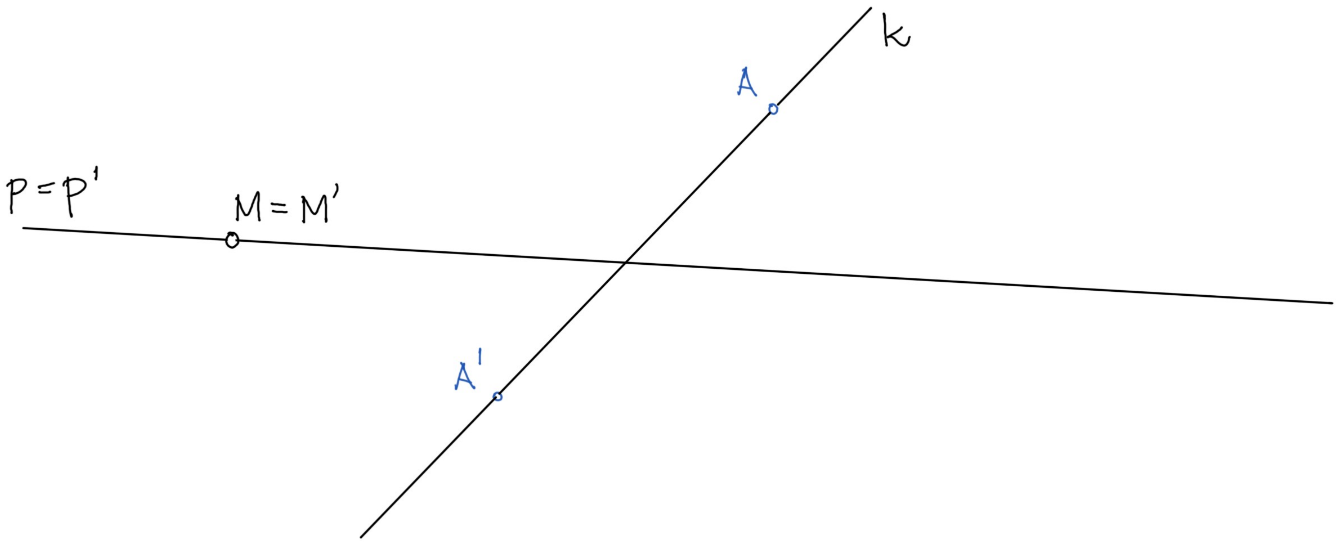
} pewniki powinowactwa

- równoległość prostych,
- podział odcinka,

i nie zachowujące (w ogólnym przypadku)

- kątów.

1. Oś powinowactwa, kierunek powinowactwa.



A, A' – dane punkty

$A \neq A'$

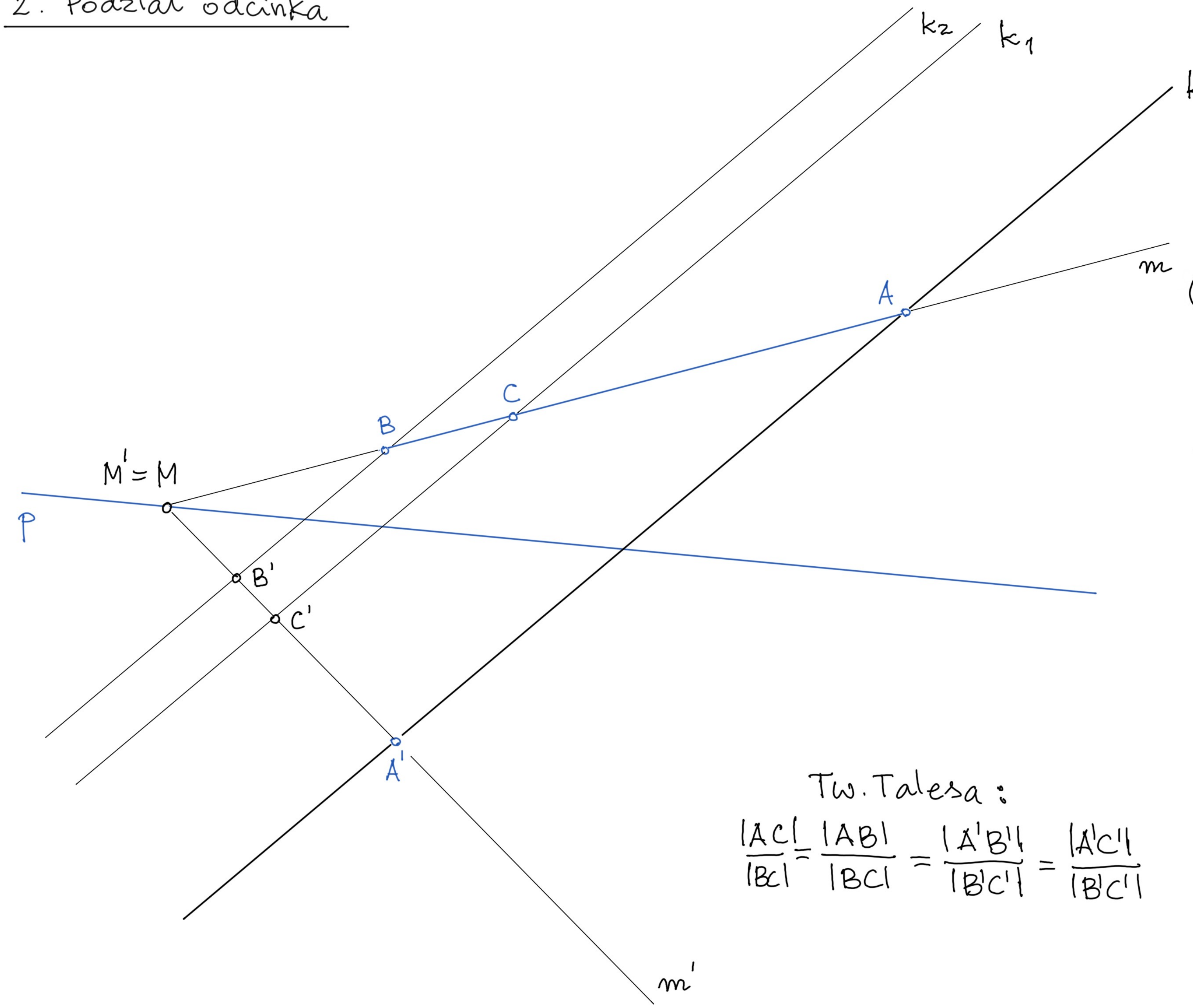
$k(A, A')$ – kierunek powinowactwa

p – oś powinowactwa

$p \neq k$, $p \nparallel k$

$\{p, (A, A')\}$ – powinowactwo

2. Podział odcinka



Tw. Talesa:

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A'B'|}{|B'C'|} = \frac{|A'C'|}{|B'C'|}$$

Dane:

p – oś powinowactwa

(A, A') – punkty powinowate

AB, $C \in AB$

Polecenie:

Udowodnić, że

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A'B'|}{|B'C'|}$$

Rozwiązanie:

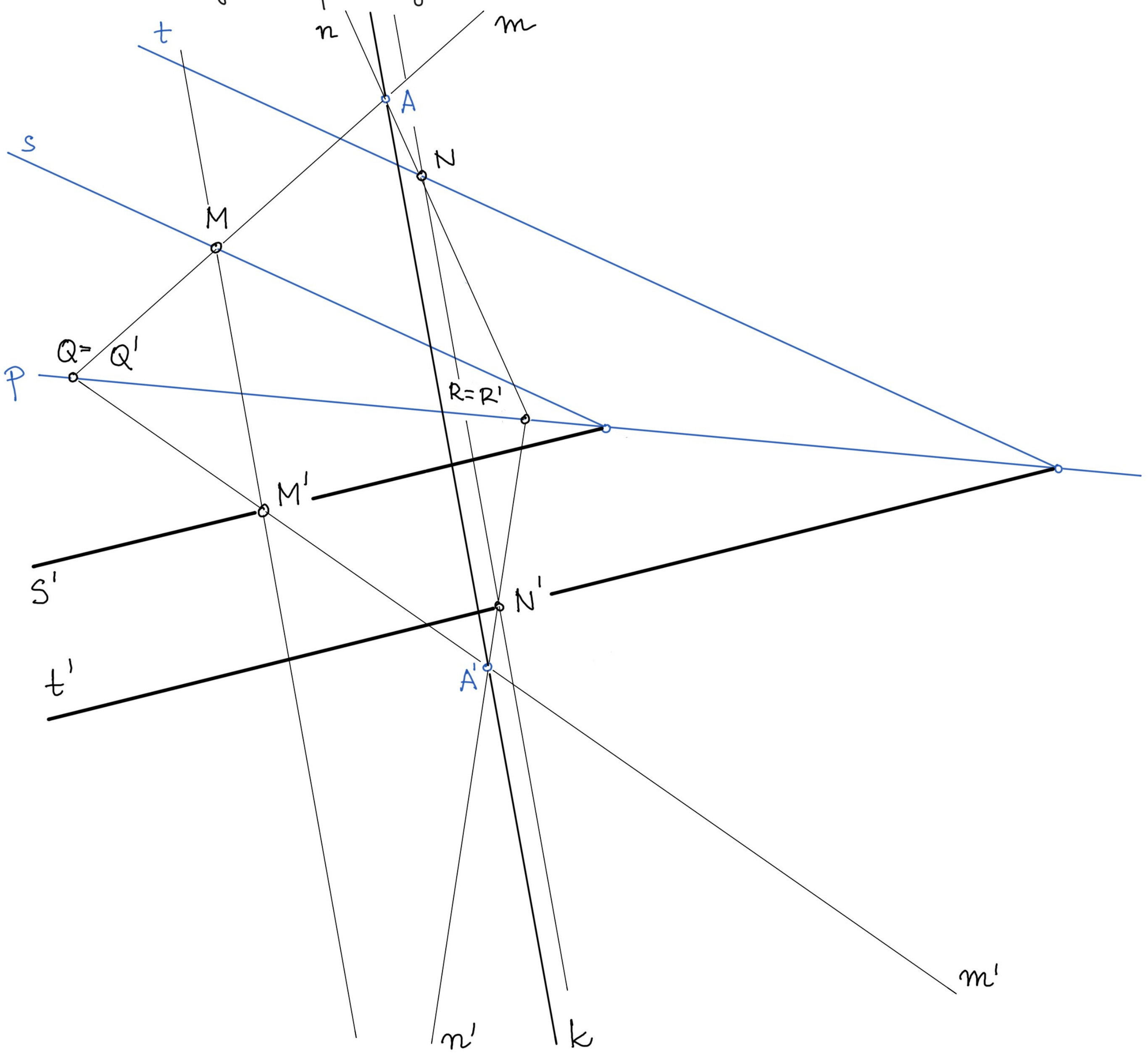
$k_1 \parallel k_2 \parallel k$

$AB \in m$, $M = m \cap p$

$B \in m \Rightarrow B' \in m'$

$C \in m \Rightarrow C' \in m'$

3. Równoległość prostych



Dane:

p – oś powinowactwa

(A, A') – punkty powinowate

s, t – proste, $s \parallel t$,

Polecenie:

Znaleźć proste powinowate s', t'.

Uzasadnić, że $s' \parallel t'$.

Rozwiązanie:

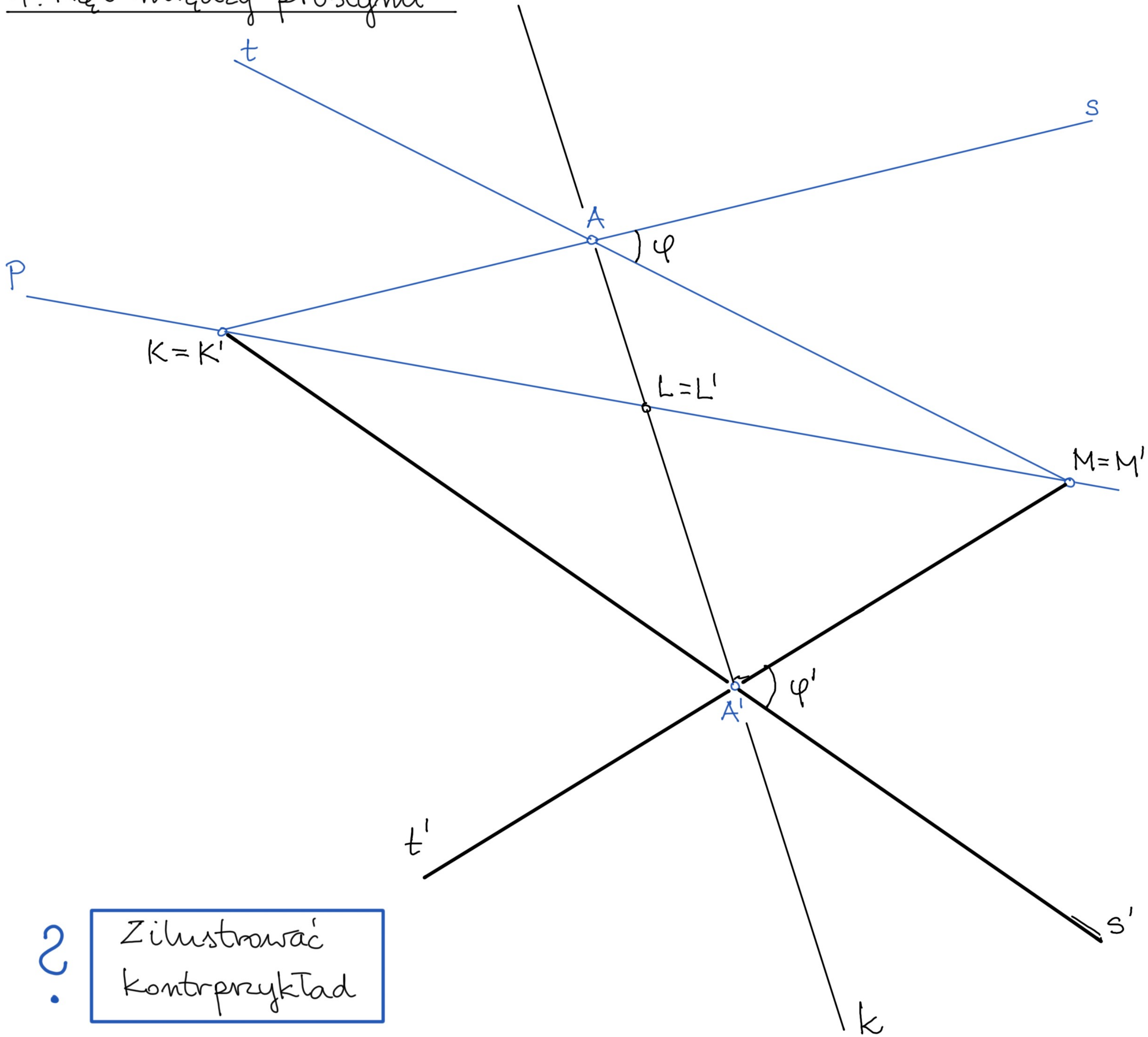
$M \in s$, $m(A, M)$

$N \in t$, $n(A, N)$

Korzystamy z:

- tw. Talesa
- własności podziału odcinka
- odwrotności tw. Talesa

4. Kąt między prostymi



Dane:

p – oś powinowactwa

(A, A') – punkty powinowate

s, t – dowolne proste

$A \notin \{s,t\}$

Polecenie:

Znaleźć s', t' oraz

$\varphi = \sphericalangle(s,t)$

$\varphi' = \sphericalangle(s',t')$

Uzasadnić, że $\varphi \neq \varphi'$.

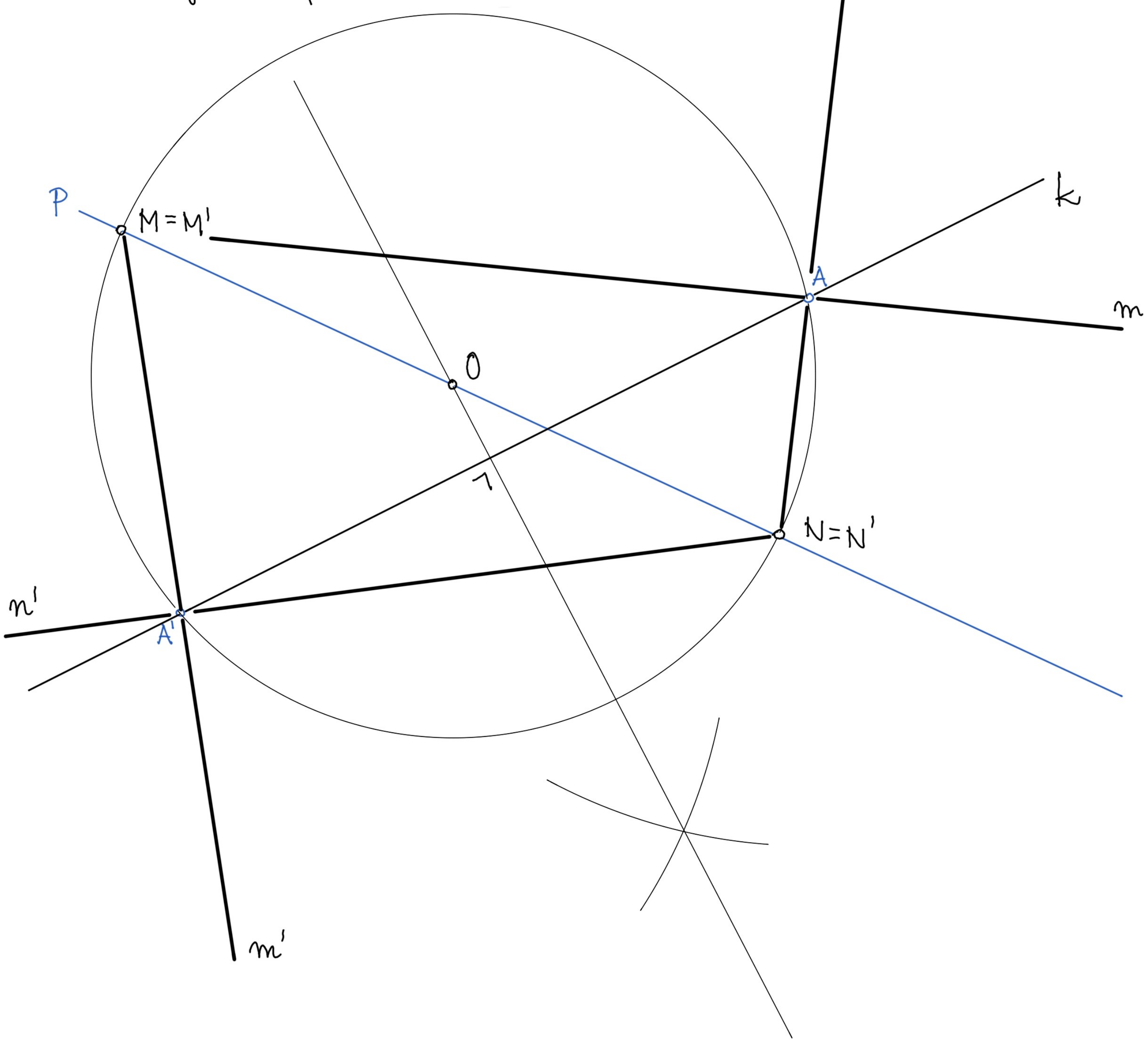
Rozwiązanie:

Porównać ΔALM i $\Delta A'L'M'$

oraz ΔALK i $\Delta A'L'K'$

? Zilustrować kontrprzykład

5. Kierunki główne powinowactwa.



Dane:

p – oś powinowactwa

(A, A') – punkty powinowate

Polecenie:

Zdefiniować kierunki główne powinowactwa.

Rozwiązanie:

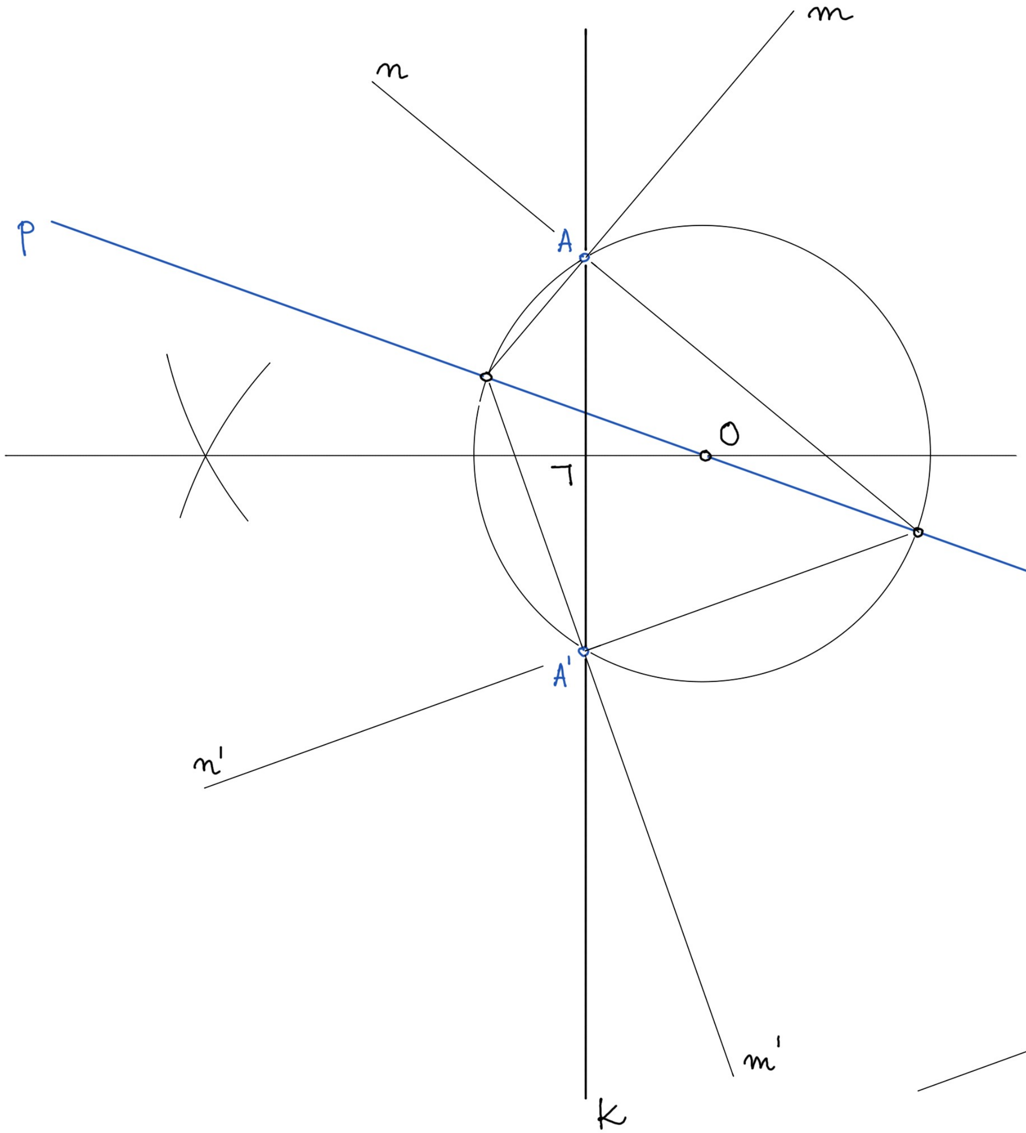
$m(A,M) \perp n(A,N)$

$m'(A',M') \perp n'(A',N')$

$\measuredangle MAN = \measuredangle M'A'N' = 90°$

Zadanie

Narysować trójkąt KLM i jego obraz K'L'M' w danym powinowactwie $\{p, (A, A')\}$ tak, że $\sphericalangle KLM = \sphericalangle K'L'M' = 90°$.



Rozwiązanie:

- Znaleźć kierunki główne m, n.
- Przyjąć L dowolnie.
- Przyjąć $n_1 \parallel n$, $m_1 \parallel m$, $L = n_1 \cap m_1$. Wtedy $n_1' \parallel n'$, $m_1' \parallel m'$.
- Przyjąć $K \in n_1$, $M \in m_1$.
- Znaleźć K', M'.